

TALLER DE TALENTO MATEMÁTICO

**La ecuación de la recta
y
la antigüedad del universo**

**Gabriel Gómez Arriola
IESO El Cierzo
14/02/2025**

1. INTRODUCCIÓN.

PREGUNTA:

¿Cuál es la ecuación de una recta que pasa por el origen?

$$y = m x$$

PREGUNTA:

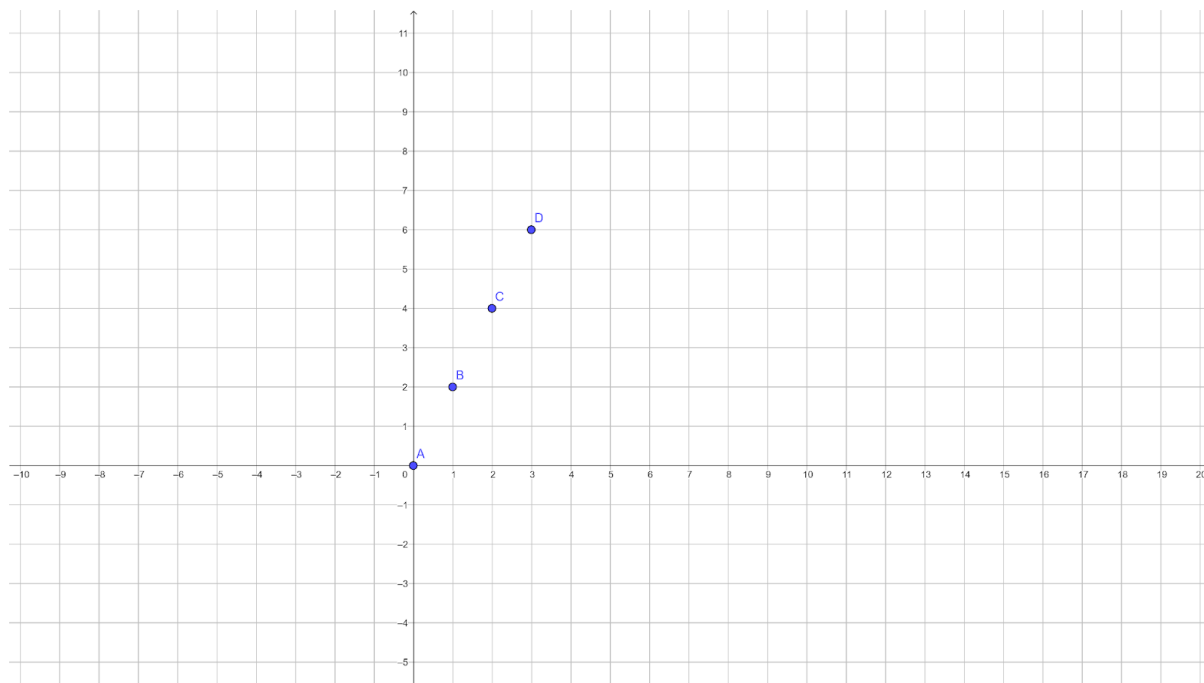
Una lata de refresco cuesta 2 € en una máquina de *Vending*. Escribe la función que expresa el dinero que te gastas en función del número de latas de refrescos que compras. Realiza la representación gráfica del dinero que gastas frente al número de latas que compras.

x: Número de refrescos que compras.

y: Dinero (€) que te gastas en refrescos.

X	Y
0	0
1	2
2	4
3	6

$$y = 2 x$$



IMPORTANTE: No se pueden unir esos puntos. $Dom f = x \in \mathbb{N}$

2. LA LEY DE HOOKE.

El alargamiento que experimenta un muelle es directamente proporcional a la fuerza aplicada sobre el mismo.

$$F = k \cdot x$$

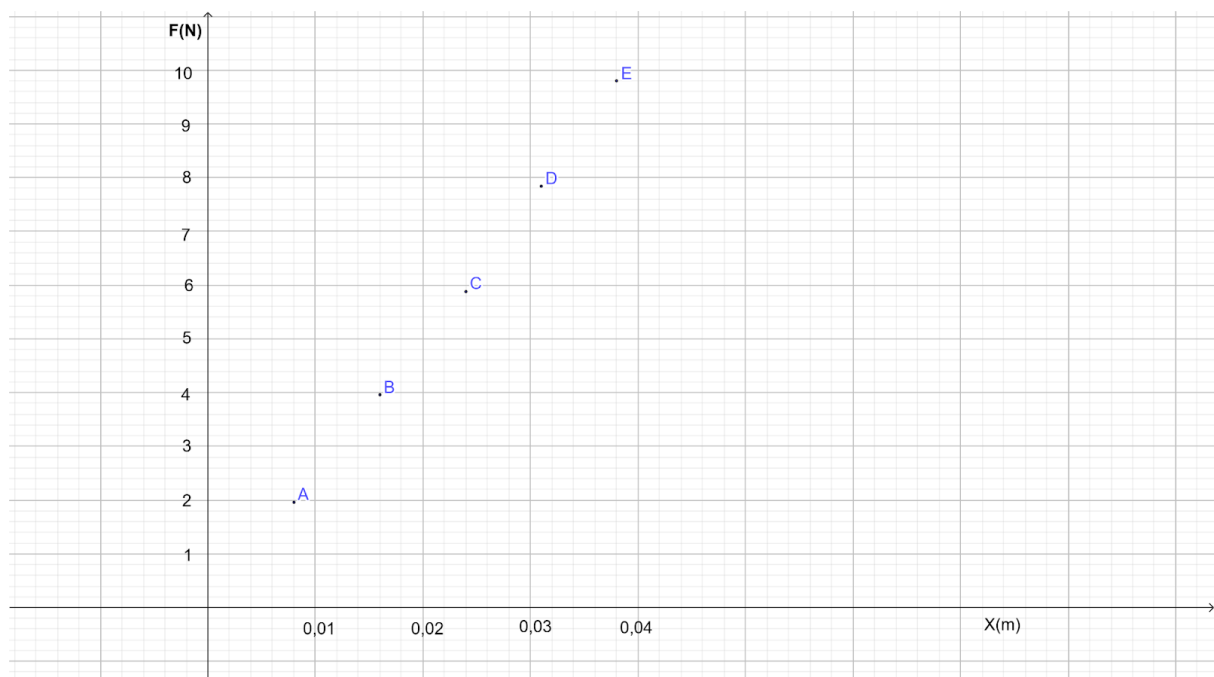
F : Fuerza aplicada sobre el muelle.

x : Alargamiento del muelle.

Tenemos datos del siguiente experimento. ¿Puedes completar la tabla?

m (Kg)	Alargamiento (m)	Fuerza (N)
0,2	0,008	1,96
0,4	0,016	3,92
0,6	0,024	5,88
0,8	0,031	7,84
1,0	0,038	9,80

Vamos a dibujar estos valores en una gráfica para ver si obtenemos una recta. Dibujaremos F frente a x . ¿Puedes unir los puntos en una recta que pasa por el origen?

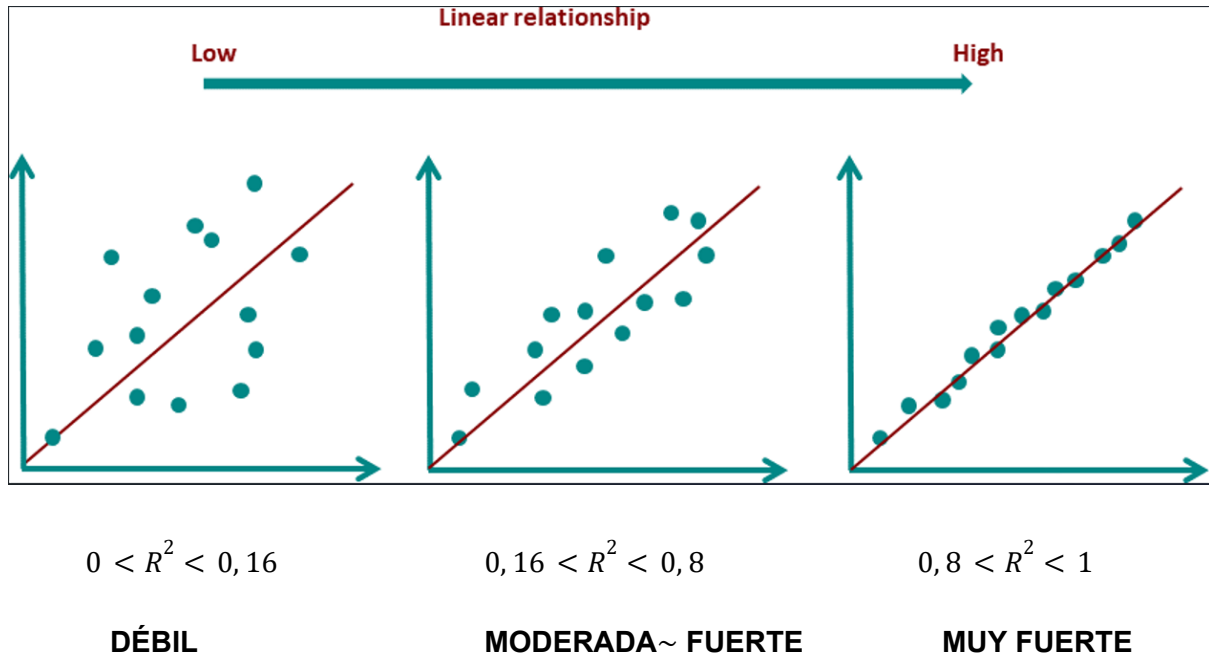


Nos encontramos con un problema: **¡Los puntos no encajan en una recta!**

¿A qué creéis que se debe? **A los errores en la medición de la masa m o el alargamiento x .**

Recta de regresión.

Es la recta que pasando por el origen “mejor encaja” con esa nube de puntos. Es aquella que hace que la distancia en vertical de cada punto a la recta sea mínima.



En nuestro experimento, se obtiene mediante la hoja de cálculo:

$$F = k \cdot x$$

$$F = 252,94 \cdot x$$

$$R^2 = 0,9996 \Rightarrow \text{¡La correlación lineal es muy fuerte!} \Rightarrow \text{LA LEY QUEDA VALIDADA}$$

¿Qué unidades tiene k (constante del muelle)?

Cuando no sabemos las unidades de una magnitud, podemos sustituir las unidades del resto de magnitudes y despejar:

$$F = k \cdot x$$

$$[N] = k \cdot [m] \Rightarrow k = \left[\frac{N}{m} \right]$$

CONCLUSIÓN:

$$k = 252,94 \frac{N}{m}$$

PROBLEMA: En este muelle se cuelga un cuerpo de masa desconocida m y se produce un alargamiento de 50 cm. ¿Cuál es la masa m de ese cuerpo?

Datos: Tenemos la ley que hemos obtenido para este muelle.

$$F = k \cdot x$$

$$F = 252,94 \cdot x$$

$$F = 252,94 \cdot x$$

$$F = 252,94 \frac{N}{m} \cdot 0,5 m = 126,47 N \quad \Rightarrow \quad m = \frac{126,47}{9,8} = 12,91 kg$$

3. LA LEY DE HUBBLE.

Vamos a acercarnos al universo. Necesitamos hablar de algunos conceptos como, por ejemplo, del efecto Doppler.

Ejemplo: Un pato moviéndose por un estanque.



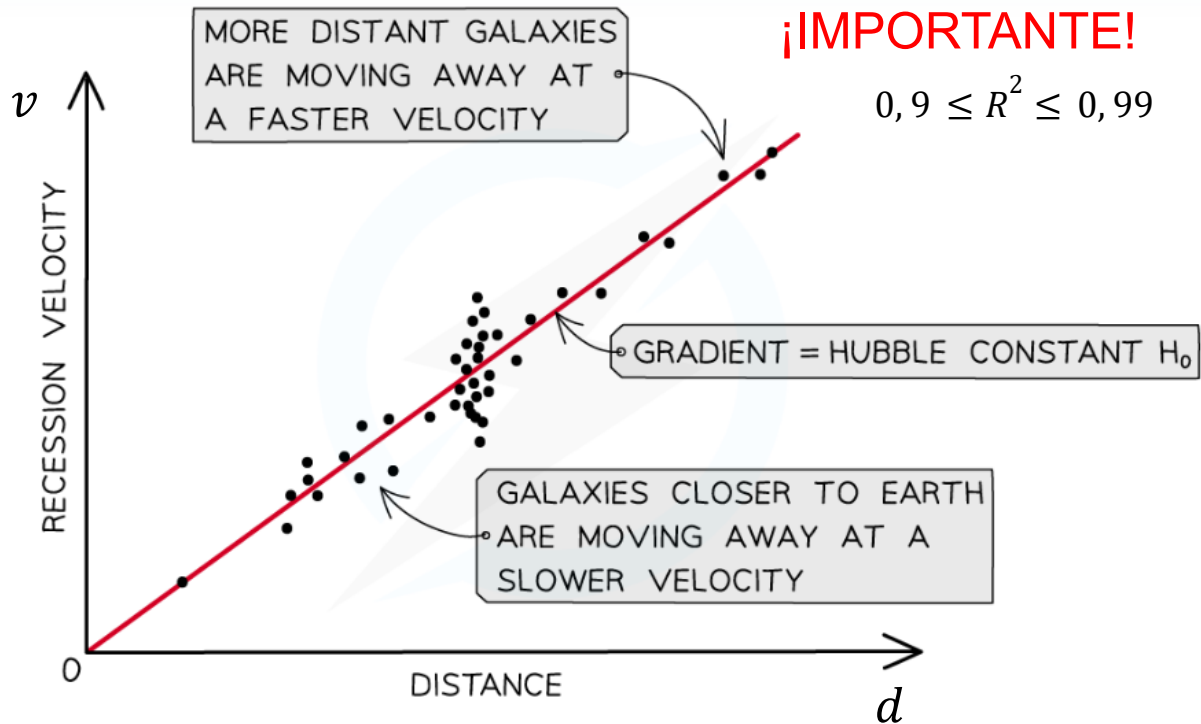
Además de las ondas que vemos en el agua cuando el pato se desplaza.

¿Qué otras magnitudes tienen naturaleza ondulatoria?

- El sonido.
- La luz.

Dibujamos en una gráfica:

- v : Velocidad a la que se aleja cada galaxia.
- d : Distancia a la que se encuentra dicha galaxia.



PROBLEMA:

¿Cómo es la ley de Hubble?

Intenta obtener la fórmula por similitud con la ley de Hooke.

EXCEL

LEY DE HOOKE $\rightarrow F = k \cdot x \rightarrow F = 252,94 \cdot x$

LEY DE HUBBLE $\rightarrow v = H_0 \cdot d \rightarrow v = 2,30 \cdot 10^{-18} \cdot d$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{H_0}$

H_0 : Constante de Hubble

PROBLEMA:

¿Qué unidades tiene la constante de Hubble H_0 ?

Intenta obtener las unidades de manera similar a como hicimos en la ley de Hooke.

$$v = H_0 \cdot d$$

$$\left[\frac{m}{s} \right] = H_0 \cdot [m] \quad \Rightarrow \quad H_0 = \left[\frac{1}{s} \right] \quad \text{También se escribe } H_0 = [s^{-1}]$$

CONCLUSIÓN:

$$H_0 = \frac{1}{t}$$

PROBLEMA:

¿Cuál es ese tiempo t que aparece en $H_0 = \frac{1}{t}$?

Es el tiempo que llevan las galaxias alejándose de nuestro planeta, es decir, es la antigüedad del universo.

PROBLEMA:

Sabiendo que la ley de Hubble es:

$$v = H_0 \cdot d$$

$$v = 2,30 \cdot 10^{-18} \cdot d$$

¿Puedes calcular la antigüedad del universo?

Expresa el resultado en años. (Factores de conversión)

DATOS: $H_0 = 2,30 \cdot 10^{-18} s^{-1}$

$$H_0 = \frac{1}{t} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{1}{H_0}$$

$$H_0 = 2,30 \cdot 10^{-18} s^{-1} \quad \Rightarrow \quad t = 4,35 \cdot 10^{17} s$$

$$4,35 \cdot 10^{17} s \cdot \frac{1 \text{ min}}{60s} \cdot \frac{1h}{60 \text{ min}} \cdot \frac{1 \text{ día}}{24h} \cdot \frac{1 \text{ año}}{365 \text{ días}} = 1,38 \cdot 10^{10} \text{ años}$$

Es decir, 13 800 millones de años.

